

Automatique
Systemes linéaires continus et invariants

1	PRESENTATION DE L'ETUDE	1
1.1	CONFORT VIBRATOIRE ET COMPORTEMENT PHYSIOLOGIQUE DU CORPS HUMAIN.....	2
1.2	LA SUSPENSION AUTOMOBILE.....	3
1.2.1	<i>Suspension hydractive</i>	3
1.2.2	<i>Contrôle actif du roulis</i>	3
2	PRESENTATION DE LA SUSPENSION ACTIVA V6	4
2.1	LES MODES DE FONCTIONNEMENT DE LA SUSPENSION ACTIVA	4
2.2	ANALYSE FAST PARTIELLE DE LA SUSPENSION ACTIVA.....	5
3	ÉTUDE DE FT12 : MAINTENIR LA GARDE AU SOL	5
3.1	CONTEXTE DE L'ETUDE	5
3.2	MODELE D'ETUDE DE LA SUSPENSION HYDROPNEUMATIQUE EN MODE FERME	7
3.2.1	<i>Modèle associé à la sphère de roue</i>	7
3.2.2	<i>Modèle associé au correcteur de hauteur de caisse</i>	8
3.2.3	<i>Étude en poursuite de la suspension hydropneumatique en mode ferme</i> ($E_m(s) = 0$)	9
3.2.4	<i>Etude en régulation de la suspension hydropneumatique en mode ferme</i> ($X_c(s) = 0$).....	9
3.3	ANALYSE DU SYSTEME SC/MAC.....	9
4	ETUDE DE FT11 : ASSURER LE CONFORT VIBRATOIRE DES OCCUPANTS	9
5	DOSSIER RESSOURCES	11

SUSPENSION HYDRACTIVE A CONTROLE ACTIF DE ROULIS
DE LA CITROËN XANTIA ACTIVA V6

1 PRESENTATION DE L'ETUDE

Dans un véhicule automobile, la suspension contribue principalement à assurer :

- la **tenue de route** et la stabilité du véhicule, notamment en maintenant permanent le contact entre les pneumatiques et la route.
- le **confort** vibratoire et postural des passagers quelles que soient les conditions de circulation (état de la route, comportement du conducteur, charge du véhicule, etc.).



Réaliser une suspension satisfaisante revient donc à isoler la caisse du véhicule en filtrant les sollicitations vibratoires de la route.

Les paramètres caractéristiques d'une suspension automobile sont la raideur et l'amortissement.

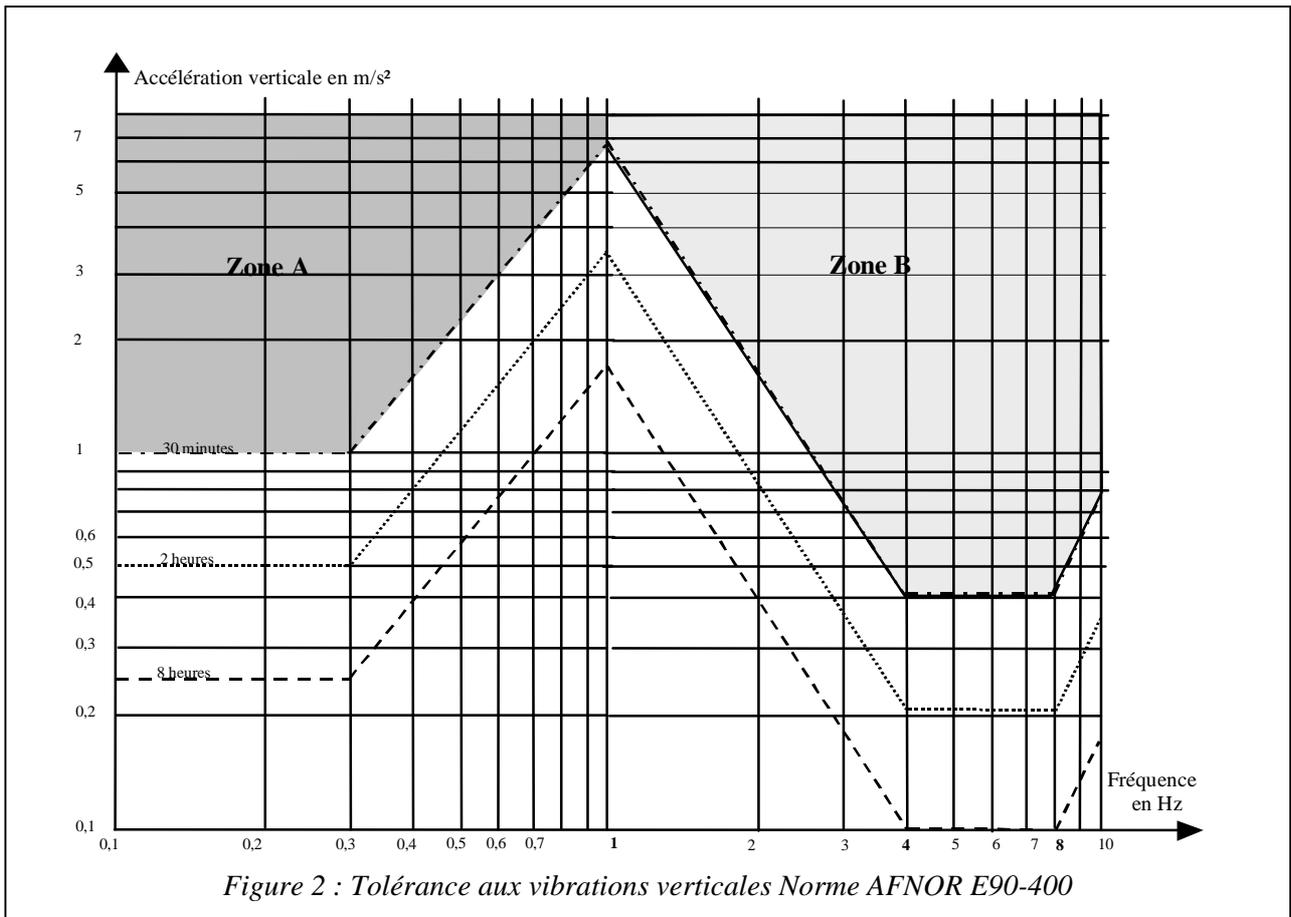
Pour une masse de caisse donnée, une **raideur** faible de la suspension permet d'absorber efficacement les irrégularités de la route.

Cependant, pour certaines fréquences, des phénomènes de résonance inconfortables nuisent à la tenue de route et à la stabilité du véhicule.

L'amortissement permet de contrôler ces phénomènes dès leur apparition. L'amortisseur doit freiner simultanément les oscillations de la caisse et celles des roues afin de maintenir ces dernières au contact avec le sol sans trop durcir la suspension.

1.1 CONFORT VIBRATOIRE ET COMPORTEMENT PHYSIOLOGIQUE DU CORPS HUMAIN

Le corps humain est organisé pour tolérer des sollicitations verticales à la fréquence de la marche. La norme AFNOR E 90-400 (Figure 2) propose un modèle de tolérance physiologique aux vibrations verticales. Sur ce graphe, on identifie « la zone de mal des transports » (Zone A) et « la zone d'inconfort vibratoire » (Zone B).



Question 1 :

- ➔ Quelle accélération verticale maximale peut supporter le corps humain, sollicité avec une fréquence comprise entre 4 Hz et 8 Hz pendant 30 minutes, sans être incommodé ?
- ➔ Comment se comporte le corps humain sollicité par une vibration verticale de fréquence voisine de 1 Hz ?

1.2 LA SUSPENSION AUTOMOBILE

Le confort vibratoire vertical des passagers impose une fréquence de caisse de valeur $f_c = 1 \text{ Hz}$. Pour une charge donnée, la valeur de la raideur de la suspension est ainsi déterminée.

On recherche une valeur de l’amortissement qui permette d’assurer le confort vibratoire entre 4 Hz et 8 Hz en limitant la résonance autour de la fréquence de caisse sans dégrader sa tenue.

1.2.1 Suspension hydractive

Cependant, le véhicule reste inconfortable si la suspension est sollicitée autour de sa fréquence de caisse, par exemple : à faible vitesse sur route à revêtement dégradé ou à grande vitesse sur route à fortes ondulations.

Pour gérer ce double inconvénient, le constructeur propose une suspension Hydractive à mode souple et mode ferme. Le passage d’un mode à l’autre dépend des conditions de route et du comportement du conducteur.

1.2.2 Contrôle actif du roulis

L’inconvénient du mode souple est que l’assiette du véhicule est modifiée par les variations de charge sur chacune des roues. Le véhicule aura tendance à s’incliner en virage provoquant le mouvement de roulis de la caisse par rapport à la route.

La prise de roulis produit les effets néfastes suivants :

- Sensation d’insécurité des passagers et du conducteur,

- Problèmes de perception angulaire,
- Mauvaises conditions de travail des pneumatiques,
- Diminution du pouvoir directeur du train,
- Soulèvement des roues et modification des conditions d'adhérence.

Pour pallier cet inconvénient, le constructeur automobile PSA-PEUGEOT-CITROËN a développé sur le véhicule Xantia Activa V6 une suspension hydro-pneumatique à **M**aintien d'**A**ssiète **C**onstante (MAC), à flexibilité et amortissement variables (Hydractive II) et à **C**ontrôle **A**ctif de **R**oulis (SC/CAR).

L'étude proposée au candidat porte successivement sur les systèmes MAC, Hydractive II et SC/CAR en mode ferme.

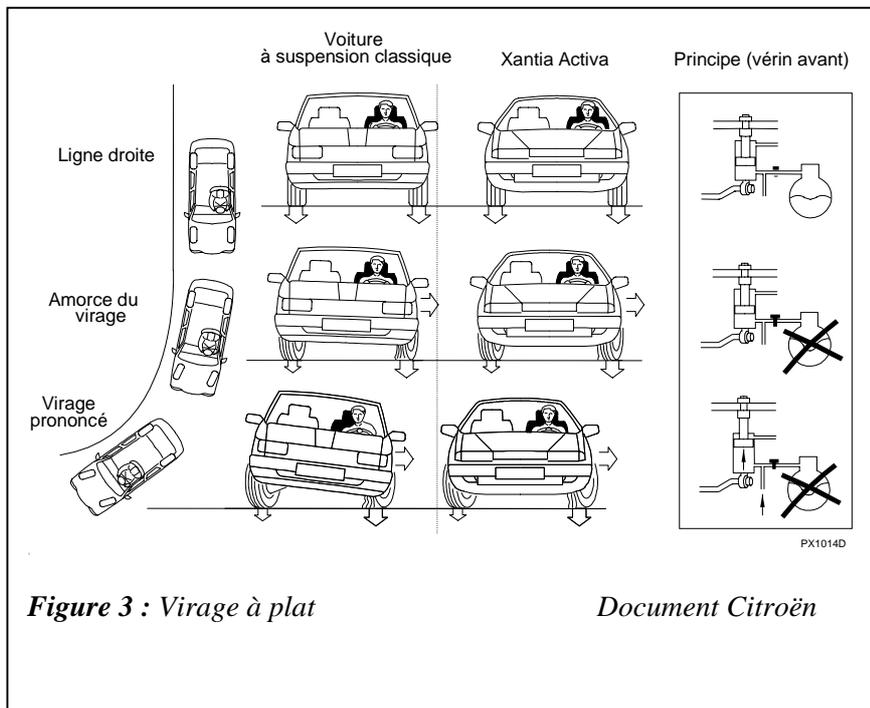
2 PRESENTATION DE LA SUSPENSION ACTIVA V6

2.1 LES MODES DE FONCTIONNEMENT DE LA SUSPENSION ACTIVA

Dans l'étude proposée, on ne retient que quelques phases du cycle de vie de la suspension Activa.

A l'arrêt ou en mouvement :

- La garde au sol reste constante grâce au système de maintien en assiette constante (MAC).



anti roulis avant et arrière.

En ligne droite :

- Le roulis est nul, la raideur de la suspension est fonction de la vitesse du véhicule (Mode souple ou Mode ferme).

Amorce du virage :

- La tenue de route est privilégiée, le roulis apparaît, la suspension se durcit (Mode ferme). Le passage du Mode souple au Mode ferme s'effectue en moins de 0,04 seconde.

Virage prononcé :

- La tenue de route est privilégiée, le Mode ferme est maintenu, le roulis augmente. La caisse est ramenée horizontalement par l'action conjuguée des vérins SC/CAR et des barres

Question 2:

→ Donner les principales caractéristiques fonctionnelles de la suspension Activa.

2.2 ANALYSE FAST PARTIELLE DE LA SUSPENSION ACTIVA.

Une analyse de la suspension a permis d'élaborer le FAST de la figure 4. L'étude proposée au candidat se limite aux fonctions techniques FT11, FT12 et FT13.

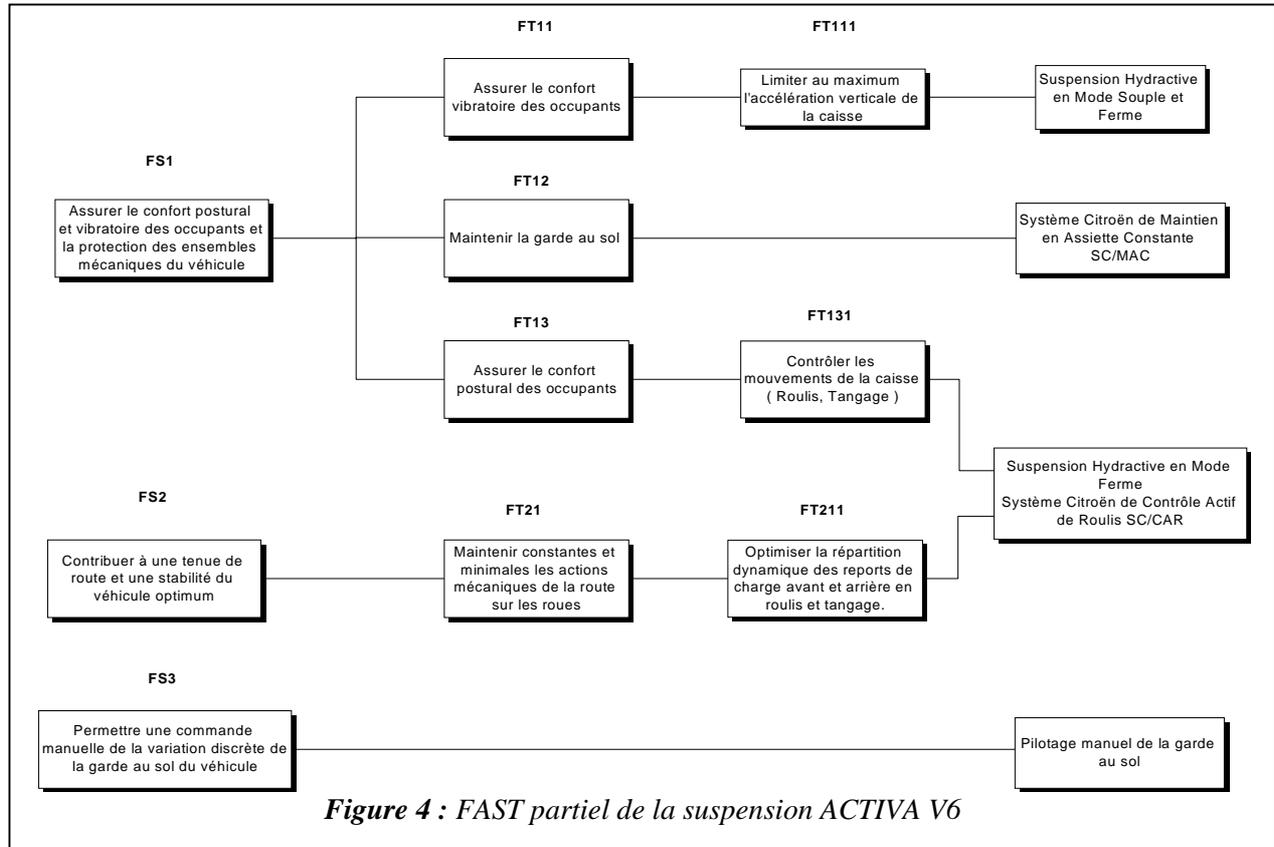


Figure 4 : FAST partiel de la suspension ACTIVA V6

Le travail demandé au candidat est donc de vérifier successivement les performances de la suspension ACTIVA en référence aux niveaux des critères associés aux fonctions techniques FT12, FT11 et FT13.

3 ÉTUDE DE FT12 : MAINTENIR LA GARDE AU SOL.

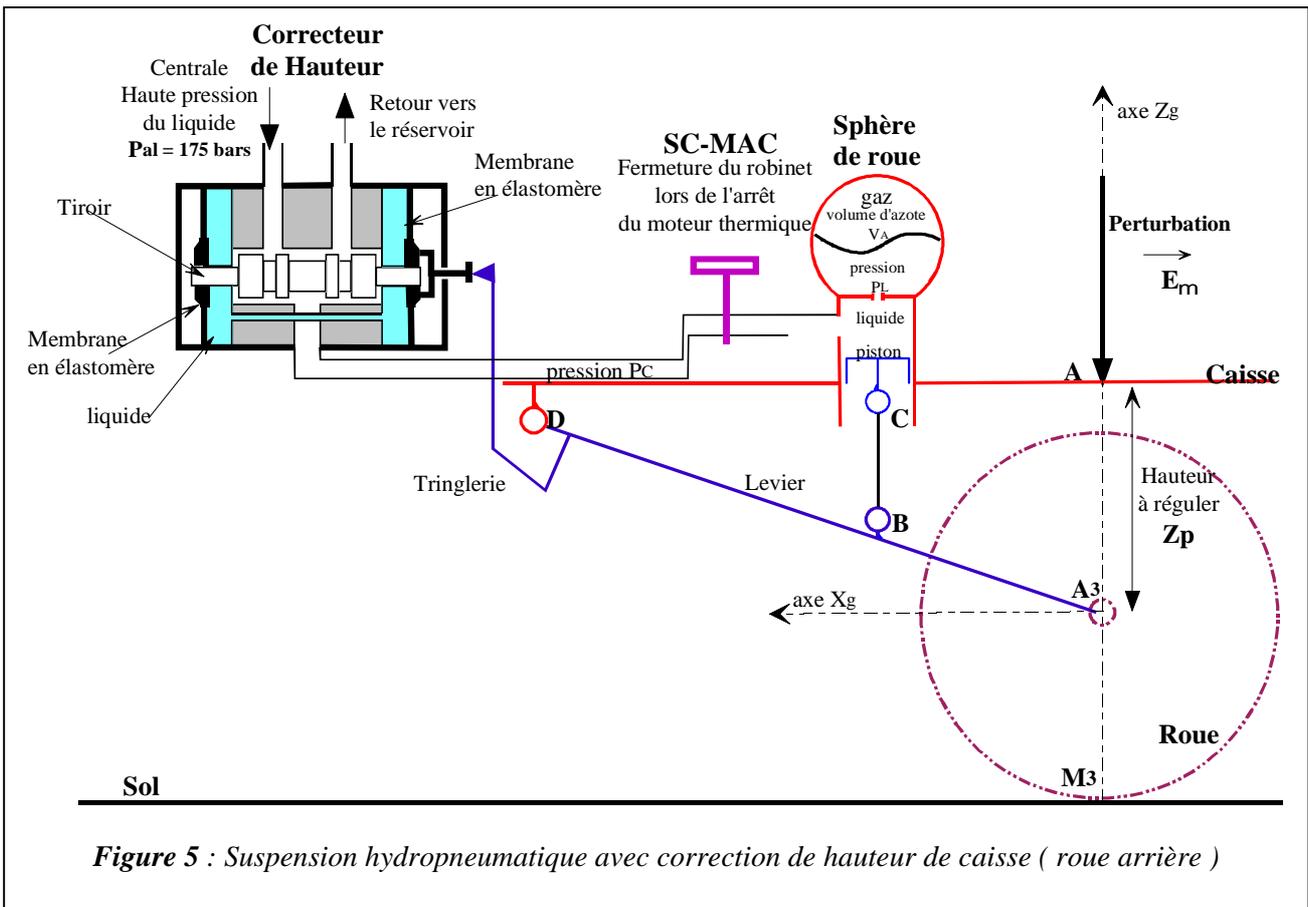
L'objet de cette étude est de valider le choix retenu par les ingénieurs de la Société PSA-PEUGEOT CITROEN pour maintenir la garde au sol du véhicule Xantia Activa V6. La garde au sol est la distance entre le bas de la caisse du véhicule et le plan de référence du sol. Compte tenu de la symétrie du problème, seule la suspension de la roue arrière gauche sera étudiée. Le véhicule est à l'arrêt.

	Fonction de service	Critères	Niveaux
FT12	Maintenir la garde au sol	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Stabilité ▪ Rapidité ▪ Amortissement ▪ Précision 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Marge de gain MG > 20 dB ▪ Temps de réponse à 5% < 18 s ▪ Coefficient d'amortissement > 0,3 ▪ Ecart statique nul ▪ Insensibilité aux perturbations

3.1 CONTEXTE DE L'ETUDE

Le document ressource DR3 présente l'organisation structurelle de la suspension du véhicule Xantia Activa. Le document ressource DR1 présente les fonctionnements d'une sphère de roue et du correcteur de hauteur intervenant dans la chaîne fonctionnelle.

A partir de ces documents, il est proposé au candidat la schématisation de la figure 5.



Modèle cinématique :

On associe le repère $R_C(A, \vec{X}_c, \vec{Y}_c, \vec{Z}_c)$ à la caisse et le repère $R_g(A_3, \vec{X}_g, \vec{Y}_g, \vec{Z}_g)$ à la roue. $R_g(A_3, \vec{X}_g, \vec{Y}_g, \vec{Z}_g)$ est considéré comme galiléen. Le mouvement de la caisse par rapport au repère galiléen est une translation d'axe \vec{Z}_g , d'où $\overline{A_3A} = Z_p(t) \vec{Z}_g$.

On note $\vec{V}(A \in R_C / R_g) = V_Z \vec{Z}_g$ et $\vec{\Gamma}(A \in R_C / R_g) = \Gamma_Z \vec{Z}_g$.

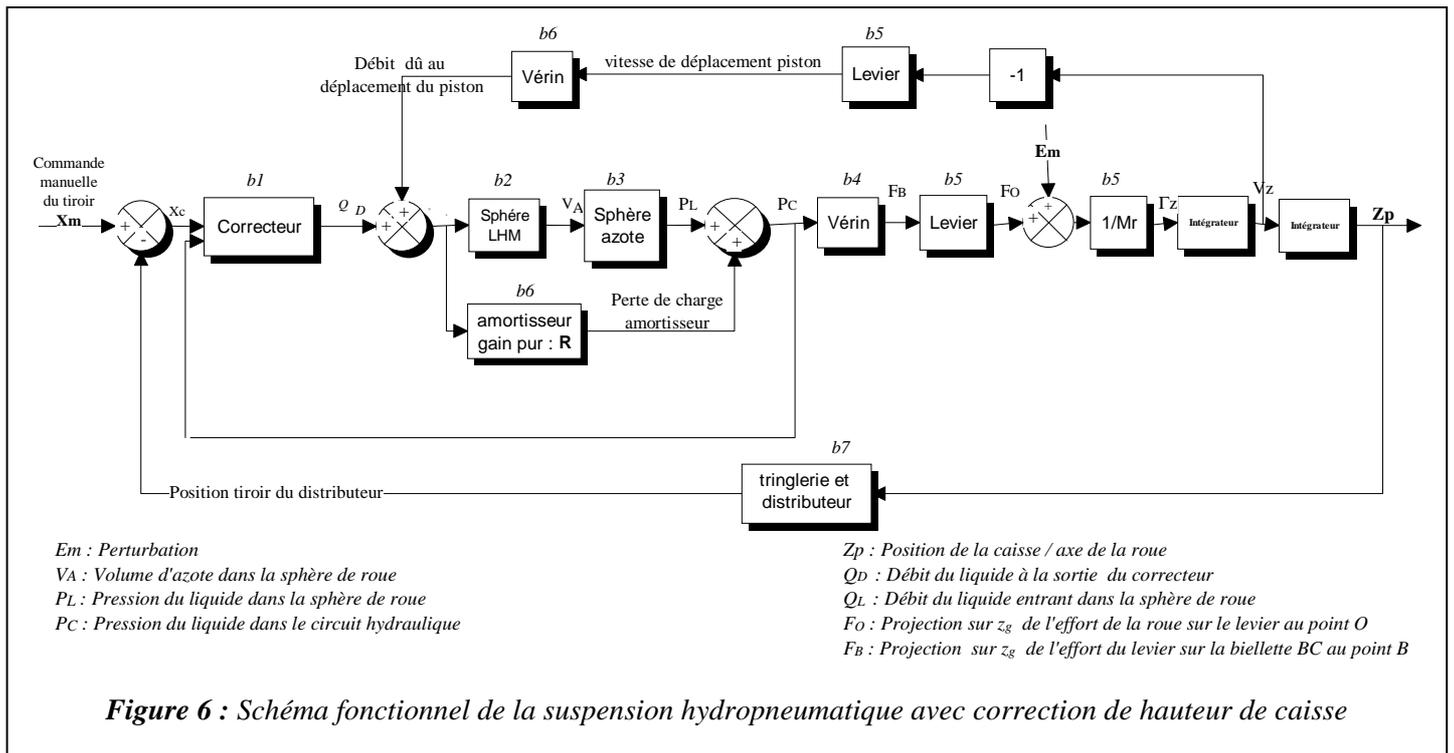
Modèle dynamique :

- La roue est supposée indéformable ; $\overline{A_3M_3} = -R \vec{Z}_g$, R est le rayon de la roue .
- Le vecteur \overline{BC} est supposé vertical autour du point de fonctionnement M_0 : $\overline{BC} = \lambda \vec{Z}_g$
- Les actions mécaniques exercées par la roue sur le levier DA_3 sont modélisables par le torseur suivant :

$$T(\text{Roue} \rightarrow \text{Lever}) = \left\{ \begin{array}{l} \overline{F}(R \rightarrow L) = \vec{f}(t) + M_r g \vec{Z}_g \\ \overline{M}(A_3, R \rightarrow L) \cdot \vec{Y}_g = 0 \end{array} \right\}_{A_3} \text{ avec } M_r = 400 \text{ kg.}$$

- L'accélération de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$
- La perturbation est créée par un effort $\vec{E}_m = -E_m \vec{Z}_g$ appliqué en A.

3.2 MODELE D'ETUDE DE LA SUSPENSION HYDROPNEUMATIQUE EN MODE FERME



A partir du schéma fonctionnel ci-dessus, le but de l'étude proposée au candidat est de :

- établir les fonctions de transfert b_i pour $i \in [1,7]$ en linéarisant au premier ordre autour du point de fonctionnement M_0 , de coordonnées :
 $Z_p(0) = z_0 ; X_c(0) = x_0 ; P_L(0) = P_s$ (mode ferme) ; $Q_D(0) = q_0 ; V(0) = V_s ; F_0(0) = M_R g$
 L'instant initial $t = 0$ correspond à l'instant où la caisse est à l'équilibre par rapport au repère galiléen R_g .
- vérifier les performances en mode ferme de la chaîne fonctionnelle de correction de hauteur avec le cahier des charges.

3.2.1 Modèle associé à la sphère de roue.

Notation	Désignation	Valeur numérique
P_0	Pression de tarage de l'azote de la sphère de roue	$40 \cdot 10^5$ Pa
V_0	Volume initial de l'azote de la sphère de roue	450 cm^3
V_s	Volume statique de l'azote de la sphère de roue	
P_s	Pression statique de l'azote de la sphère de roue	
$V_A(t) = V_s + v(t)$	Volume instantané de l'azote dans la sphère de roue	
$P_A(t) = P_s + p(t)$	Pression instantanée de l'azote dans la sphère de roue	
$P_L(t) = P_A(t)$	Pression instantanée du liquide dans la sphère de roue	
K_L	Rapport du bras de levier. $F_O = K_L \cdot F_B$	0,35
D_p	Diamètre du piston du vérin	37 mm
S_p	Section du piston du vérin	
R_A	Gain d'amortisseur de sphère de roue	$9,375 \cdot 10^9 \text{ N s m}^{-5}$

Question 3 :

La caisse est supposée à l'équilibre par rapport au repère galiléen R_g . Le comportement de l'azote obéit à la loi de Mariotte : $PV = \text{Constante}$.

L'isolement du piston donne la pression statique de l'azote dans la sphère : $P_s = \frac{M_r g}{K_L S_p}$

→ Calculer le volume d'azote V_s dans la sphère lorsque la caisse est à l'équilibre. Effectuer l'application numérique.

Pour la suite du problème, la caisse n'est plus en équilibre par rapport au repère galiléen R_g . Le comportement de l'azote obéit à la loi de Laplace $PV^\gamma = \text{Constante}$ avec $\gamma = 1,38$.

Question 4 :

On note s la variable de Laplace. En linéarisant au premier ordre autour du point de fonctionnement M_0 ,

→ établir la fonction de transfert du bloc b3, en fonction de γ, P_s, V_s , traduisant le comportement de l'azote dans la sphère.

Pour la suite du problème, on posera : $K_s = \frac{\gamma P_s}{V_s}$

Question 5 :

Le liquide est considéré comme incompressible. Justifier que la variation de volume du liquide dans la sphère s'écrit $v(t) = -\int Q_L(t) dt$

→ Etablir la fonction de transfert du bloc b2 traduisant le comportement du liquide dans la sphère.

3.2.2 Modèle associé au correcteur de hauteur de caisse

Notation	Désignation	Valeur numérique
$Q_D(t) = q_0 + q(t)$	Débit volumique du liquide sortant du correcteur.	
$P_{al}(t) = P_{al}$	Pression d'alimentation du liquide dans le correcteur	$175 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
K	Constante de perte de charge.	$2,557 \cdot 10^{-6} \text{ N}^{-0,5} \text{ s}^{-1} \text{ m}^3$
$X_C(t) = x_0 + x(t)$	Position du tiroir du distributeur.	

En supposant, le liquide non visqueux et incompressible et la vitesse du liquide à l'entrée du correcteur très inférieure à la vitesse en aval du correcteur, on peut retenir le modèle : $Q_D(t) = K X_C(t) \sqrt{P_{al} - P_c(t)}$.

Question 6 :

Sur le système réel, les pressions $P_L(t)$ (sortie du bloc b3) et $P_C(t)$ (entrée du bloc b4) sont voisines. On les prendra égales uniquement dans la question 6.

→ Etablir la relation entre $Q_D(s), X_C(s)$ et $P_L(s)$ et représenter ce modèle (bloc b1) sous forme de schéma bloc.

Les paramètres intervenant dans l'expression du modèle analytique sont : K, P_{al}, P_s, x_0 .

Pour la suite du problème, on posera : $K_d = K \sqrt{P_{al} - P_s}$ et considèrera que la position du tiroir au point de fonctionnement M_0 est nulle : soit $x_0 = 0$.

Question 7 :

Le modèle du bloc b7 (tringlerie et distributeur) est modélisé par un premier ordre de gain statique $K_D = 16,6 \cdot 10^{-3}$ et de constante de temps $T = 3 \text{ s}$.

→ A partir du schéma fonctionnel (figure 6), représenter le schéma bloc de la suspension hydropneumatique avec correction de hauteur de caisse.

Modéliser tous les blocs en utilisant les notations littérales données dans le sujet.

3.2.3 Étude en poursuite de la suspension hydropneumatique en mode ferme ($E_m(s) = 0$)

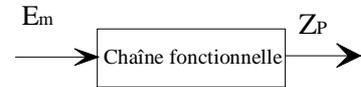
Question 8 :

→ En utilisant la courbe de la réponse indicielle de poursuite du document ressource DR2, donner le temps de réponse à 5 % du système.

3.2.4 Etude en régulation de la suspension hydropneumatique en mode ferme ($X_c(s) = 0$)

Question 9 :

→ Tracer le schéma bloc de la régulation sous la forme suivante :



Question 10 :

→ En régulation, la fonction de transfert de la suspension hydropneumatique en mode ferme s'écrit sous la forme :

$$H_r(s) = \frac{Z_p(s)}{E_m(s)} = \frac{s(Ts + 1)}{a_4s^4 + a_3s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0}$$

- Calculer a_4, a_3, a_2, a_1 , et a_0 en fonction de $M_r, K_S, K_L, S_p, K_D, K_d$ et R_A .
- Compléter le tableau ci-dessous :

	Valeur littérale	Valeur numérique	Unité
a_4	?	1200	kg s
a_3	?	4380	kg
a_2	?	36700	kg m ⁻²
a_1	?	12200	kg ² m ⁻⁴ s ⁻⁴
a_0	?	3540	kg s ⁻³

Question 11 :

Montrer que le modèle proposé est stable.

3.3 ANALYSE DU SYSTEME SC/MAC

Question 12 :

→ Expliquer la raison d'être du robinet SC/MAC représenté sur la figure 5. La solution technique proposée répond-elle au cahier des charges fonctionnel quelles que soient les conditions atmosphériques ? Justifier la réponse.

4 ETUDE DE FT11 : ASSURER LE CONFORT VIBRATOIRE DES OCCUPANTS

L'objet de cette étude est de valider le choix retenu par les ingénieurs de la Société PSA-PEUGEOT CITROEN pour assurer le confort vibratoire des occupants du véhicule Xantia Activa V6.

	Fonction de service	Critère	Niveau
FT11	Assurer le confort vibratoire des occupants.	▪ Fréquence de caisse	$Fc < 1Hz$

Question 13 :

Les pôles de la fonction :

$$H_r(s) = \frac{Z_p(s)}{E_m(s)} = \frac{s(Ts + 1)}{a_0 \left(\frac{s^2}{\omega_{f1}^2} + \frac{2\xi_{f1}}{\omega_{f1}}s + 1 \right) \left(\frac{s^2}{\omega_{f2}^2} + \frac{2\xi_{f2}}{\omega_{f2}}s + 1 \right)}$$

sont :

$$\begin{aligned}
 p_1 &= -1,656 + 5,165i \\
 p_2 &= -1,656 - 5,165i \\
 p_3 &= -0,167 + 0,269i \\
 p_4 &= -0,167 - 0,269i
 \end{aligned}$$

→ Montrer que le modèle de la suspension en mode ferme présente une fréquence propre maxi inférieure à 1 Hertz. Valider la réponse à l'aide du diagramme de Bode de la fonction transfert $H_r(s)$ en mode ferme fourni dans le document ressource DR2.

Question 14 :

→ Sur la copie, remplir le tableau réponse ci-dessous :

FT12 : Assurer la garde au sol	FT11 : Assurer le confort vibratoire des occupants	
	Mode ferme Valeur numérique et unité	Validité par rapport au cahier des charges fonctionnel
Amplitude maxi pour un échelon $E_m=500N$?	Réalité du résultat ?
Fréquence propre maximum	?	Oui ou non : pourquoi ?
Temps de réponse à 5 %	?	Pourquoi ?

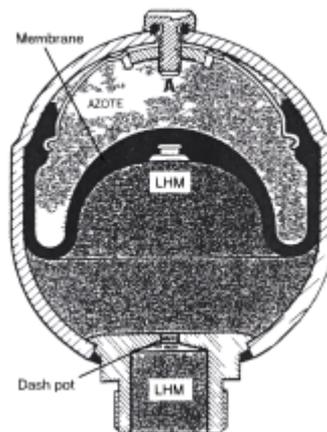
Fin de l'énoncé

5 DOSSIER RESSOURCES

DR1 COMPOSANTS DE LA SUSPENSION ARRIERE DE XANTIA ACTIVA

Sphère de roue Principe de fonctionnement

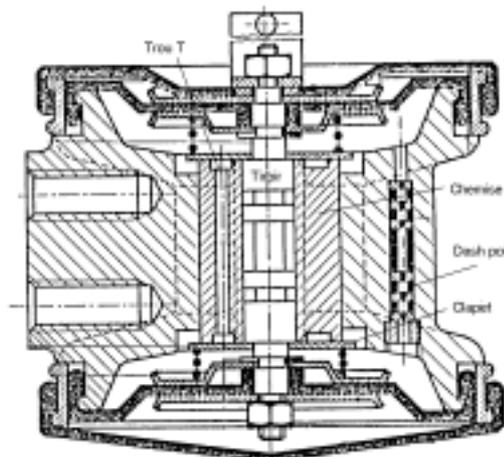
Le volume intérieur de la sphère est divisé en deux chambres par une membrane souple en élastomère. Un gaz inerte, l'azote, porté à la pression de tarage, est insufflé dans la chambre supérieure. Le gaz occupe alors en l'absence du liquide, appelé LHM, tout le volume de la sphère. Lorsque la chambre inférieure reçoit le liquide, le volume de gaz diminue d'autant et sa pression augmente. La pression du LHM, équivalente par construction à celle de l'azote, croît également.



CORRECTEUR DE HAUTEUR Principe de fonctionnement

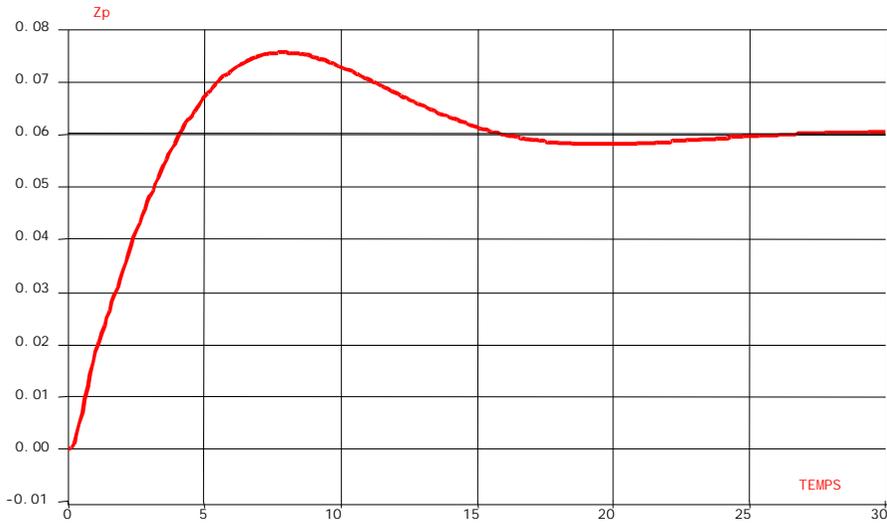
Afin d'éviter toutes corrections intempestives, le tiroir du distributeur correcteur est freiné dans ses déplacements.

Lorsque le tiroir s'écarte de sa position neutre (admission) le clapet est plaqué sur la face de la chemise obstruant le trou T et le liquide interne au correcteur passe par le dash-pot d'où l'amortissement. Quand le tiroir tentera de revenir dans sa position neutre, le liquide passera par le trou T, d'où retour net et rapide à la position neutre.

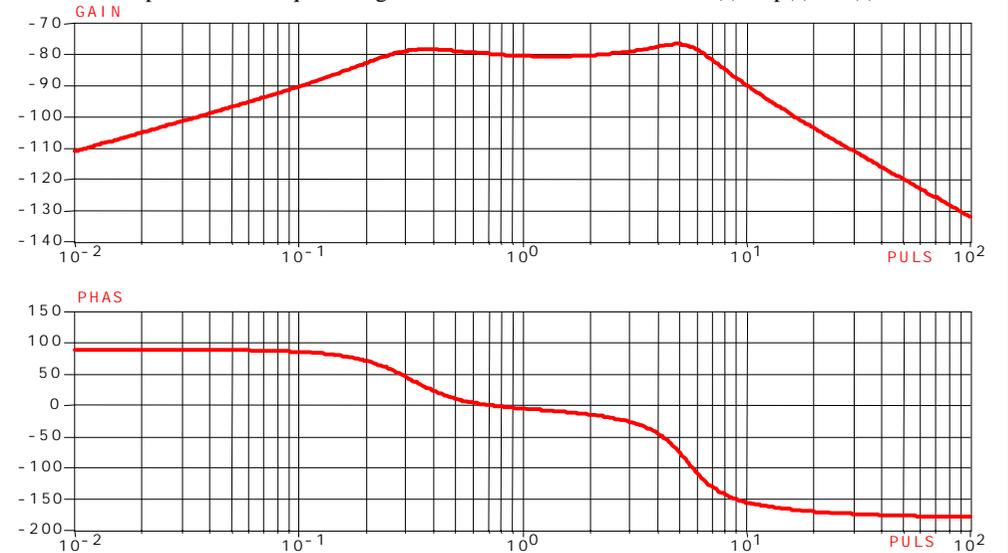


DR2 : Suspension Xantia Activa en mode ferme réponses indicielle et harmonique

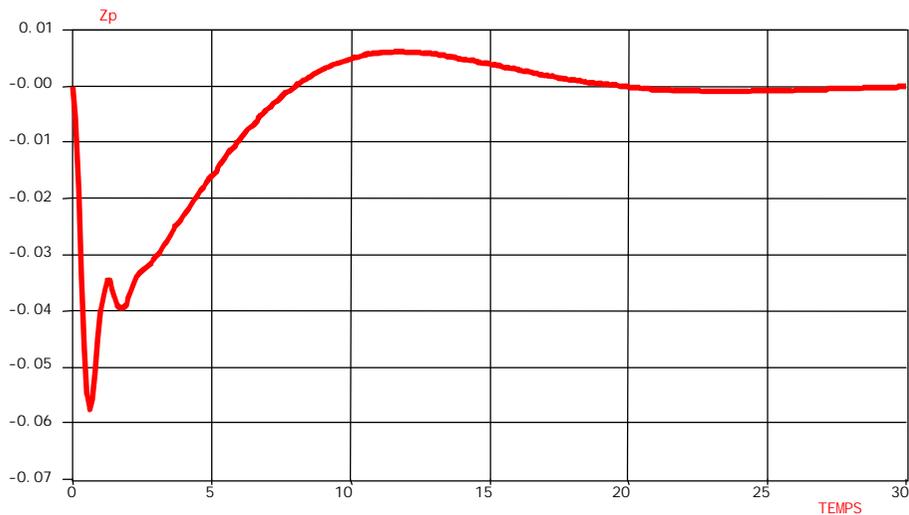
Réponse indicielle en poursuite de la hauteur de caisse $X_c(s) = 1\text{mm}$



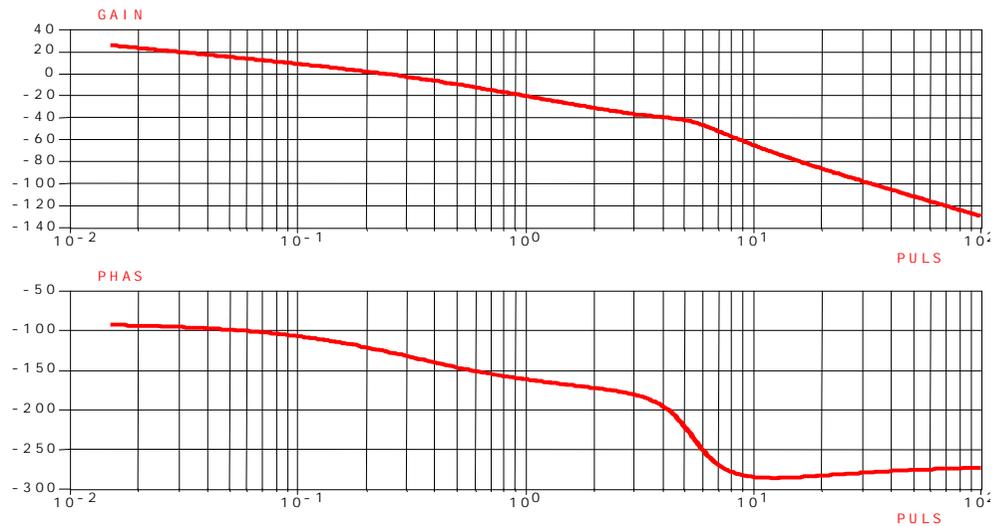
Réponse harmonique en régulation de la hauteur de caisse: $H_r(s) = Z_p(s)/E_m(s)$



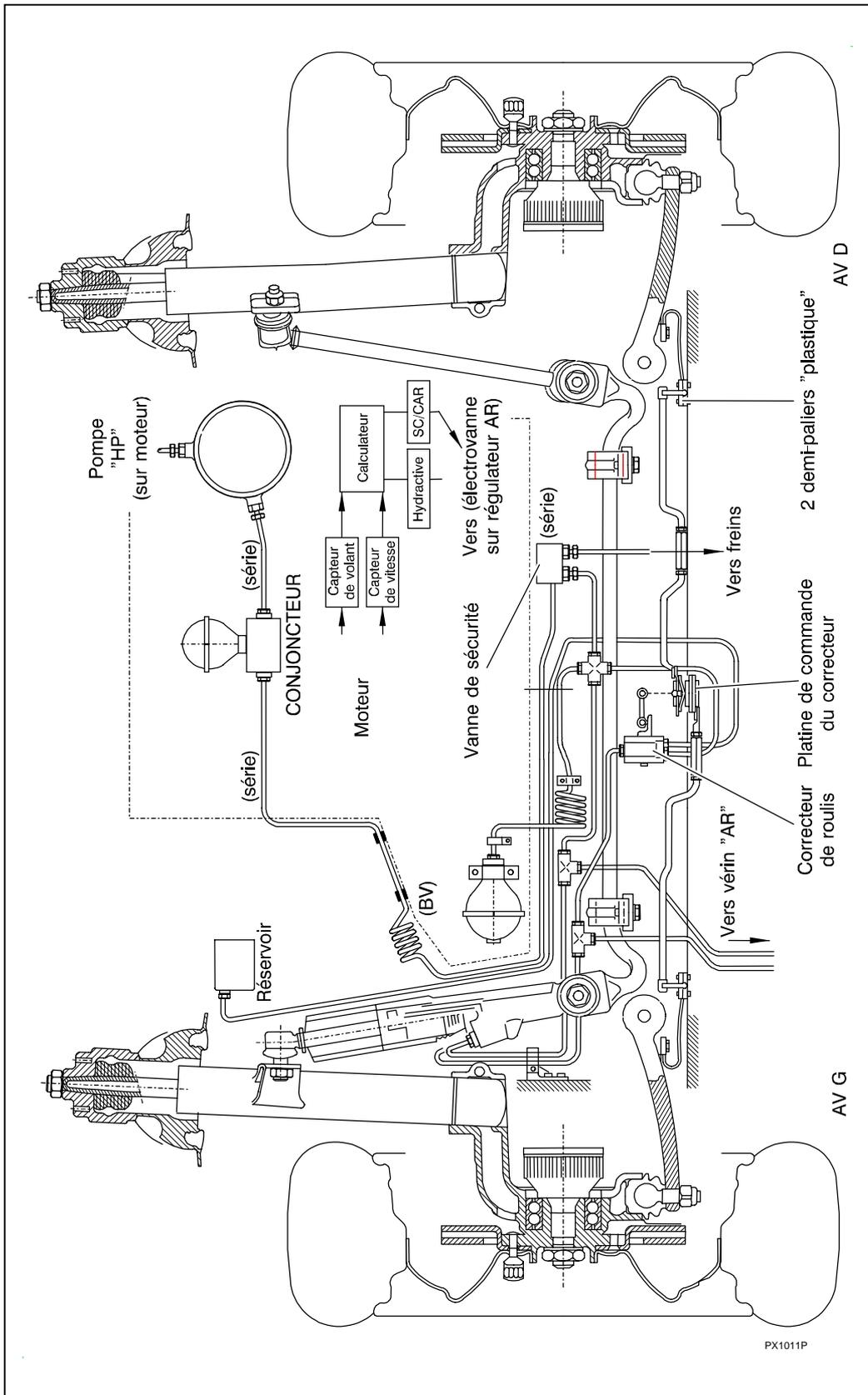
Réponse indicielle en régulation de la hauteur de caisse $E_m(s) = 500\text{N}$



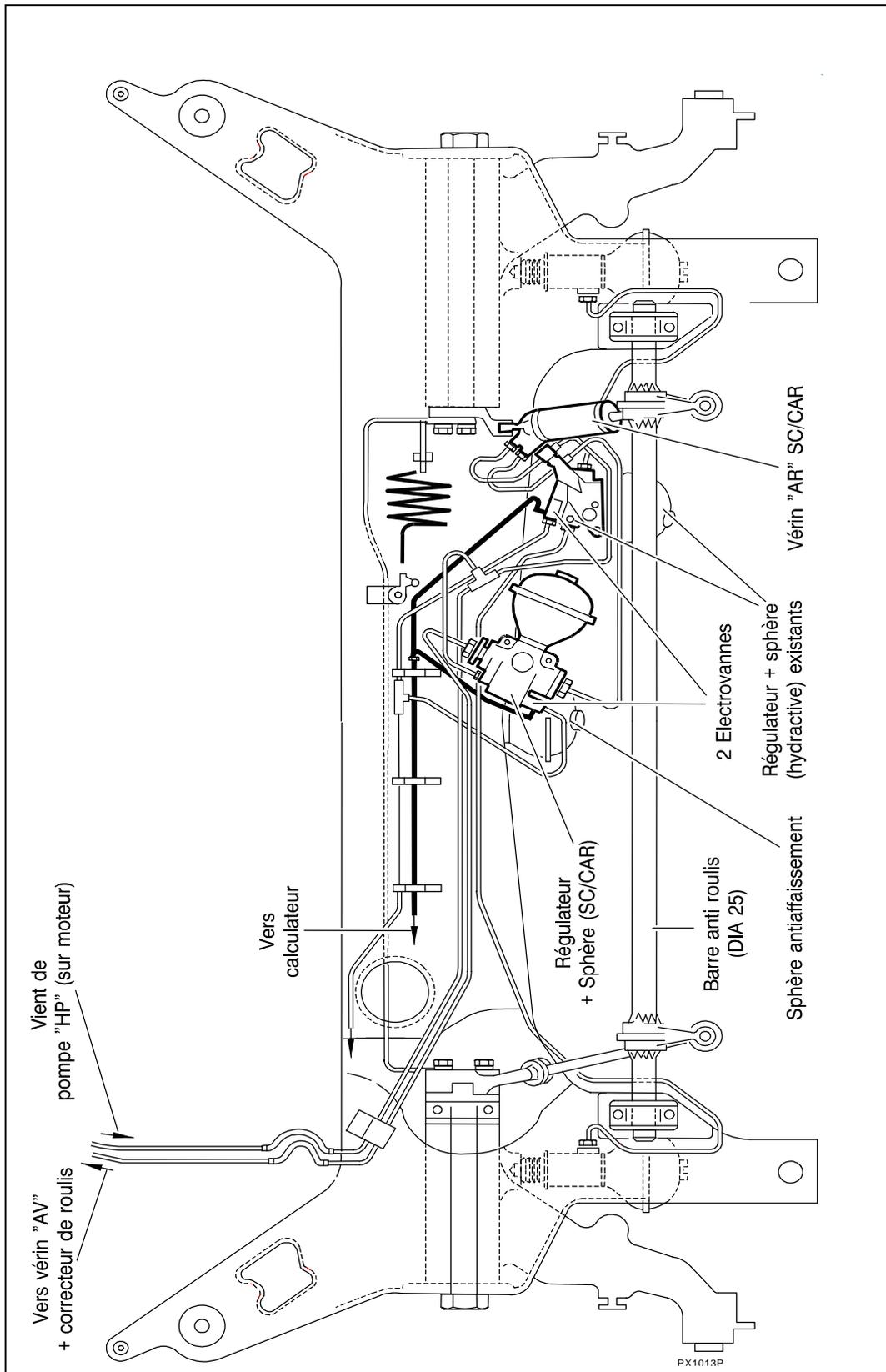
Réponse harmonique en régulation de la FTBO de la hauteur de caisse



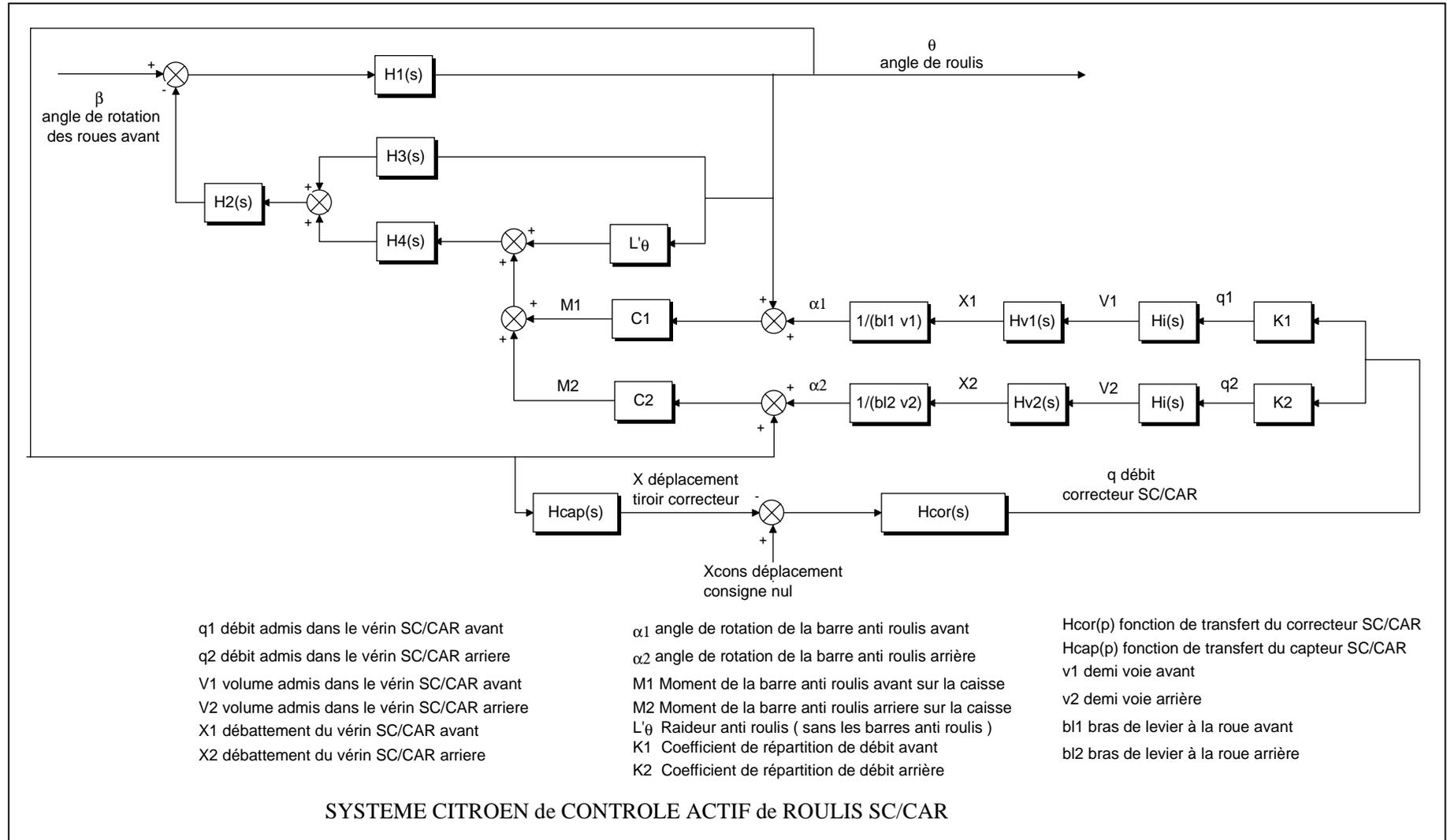
DR3A : ORGANISATION STRUCTURELLE DE LA SUSPENSION AVANT DE XANTIA ACTIVA



**DR3B : ORGANISATION STRUCTURELLE DE LA SUSPENSION
ARRIERE DE XANTIA ACTIVA**



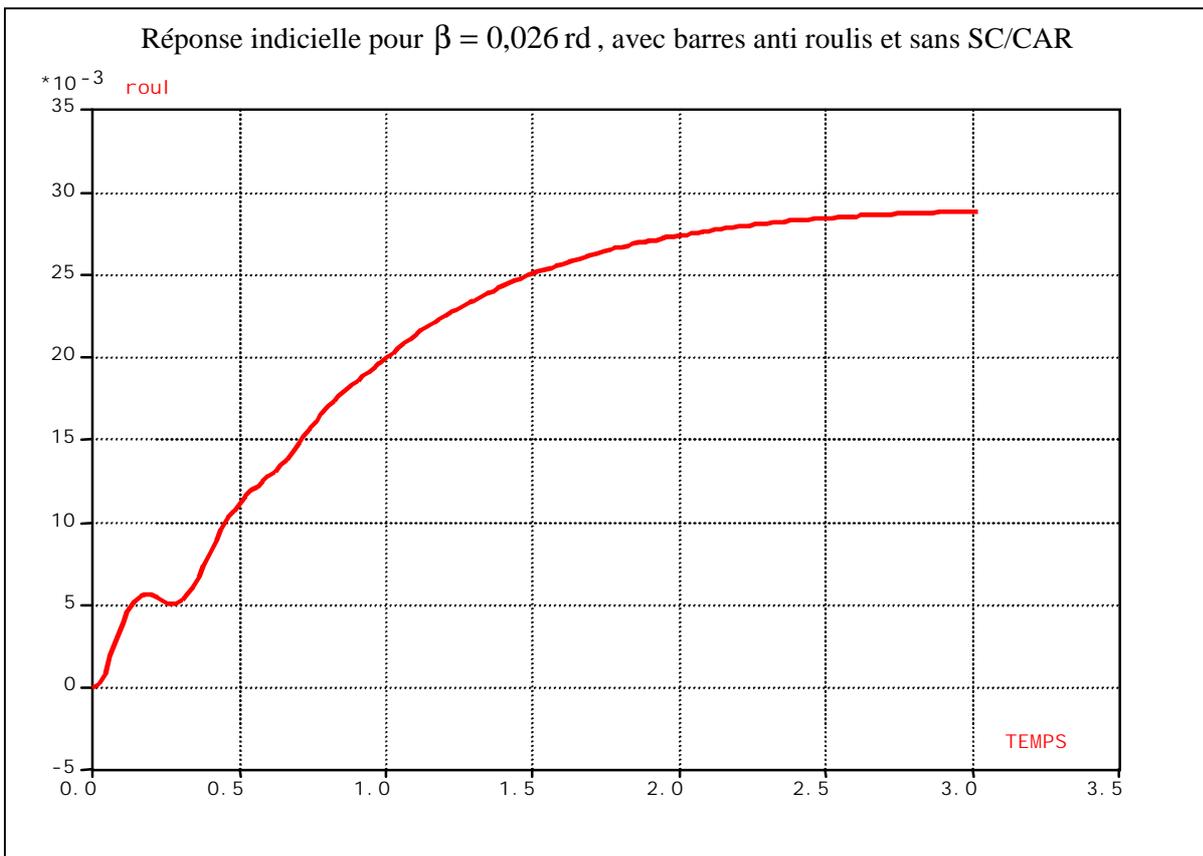
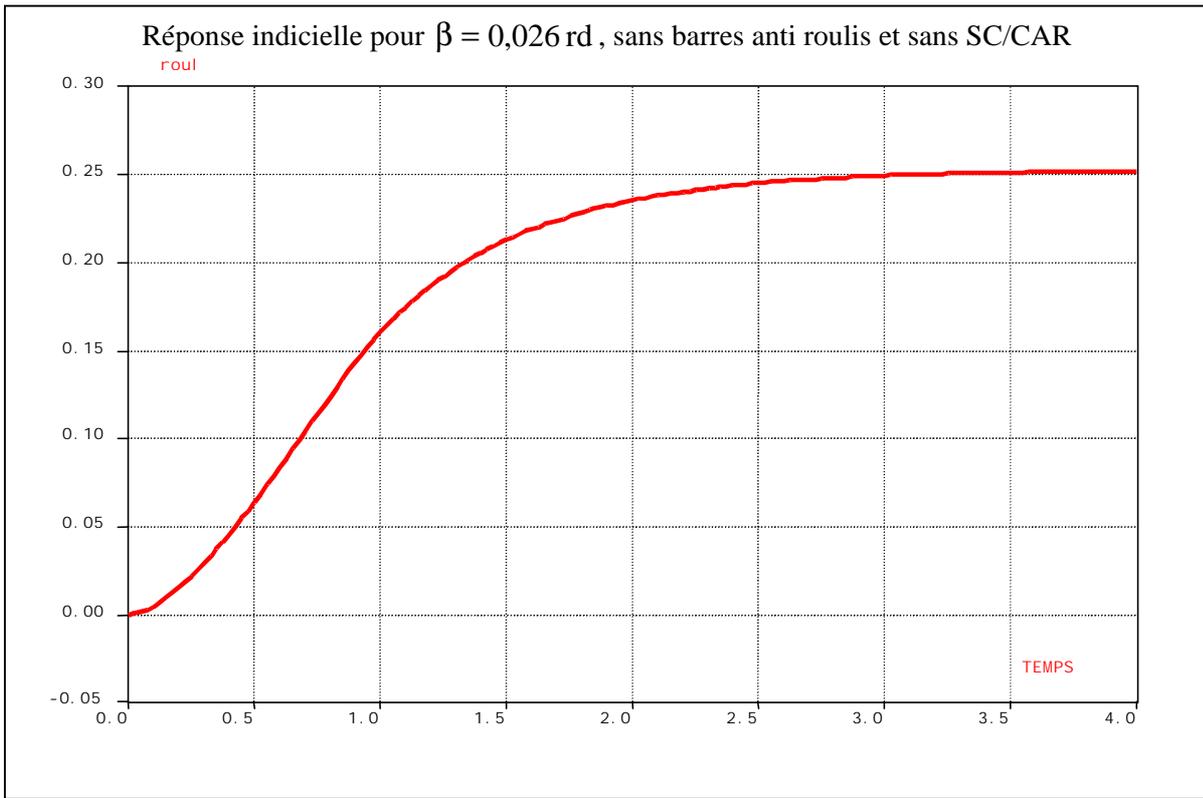
DR 4 : SCHEMA FONCTIONNEL DU SYSTEME SC/CAR



DR5 : CARACTERISTIQUES DU VEHICULE XANTIA ACTIVA V6

Masses et inerties			
		valeur	Unité S.I.
Masse totale (en charge/ à vide)	M_T	1771/1451	kg
Masse de la caisse (en charge/ à vide)	M	1617/1297	kg
Masse de l'ensemble roues	m	154	kg
Moment d'inertie roulis	A	510	kg m ²
Moment d'inertie lacet	C	3015	kg m ²
Produit d'inertie	E	50	kg m ²
Géométrie			
Distance G essieu avant (en charge/ à vide)	l_1	1,4/1,24	m
Distance G essieu arrière (en charge/ à vide)	l_2	1,34/1,50	m
Demi- voie avant	v_1	0,74	m
Demi- voie arrière	v_2	0,73	m
Distance de G au sol	h	0,535	m
Ressorts			
Raideur par roue avant	k_1	18000	N m ⁻¹
Raideur par roue arrière	k_2	12000	N m ⁻¹
Raideur de barre anti roulis avant	C_1	96305	m N rad ⁻¹
Raideur de barre anti roulis arrière	C_2	87133	m N rad ⁻¹
Section de vérin SC/CAR avant	S_1	$2 \cdot 10^{-4}$	m ²
Section de vérin SC/CAR arrière	S_2	$4 \cdot 10^{-4}$	m ²
Bras de levier roue avant	bl_1	0,90	m
Bras de levier roue arrière	bl_2	0,50	m
Amortisseurs			
Coefficient d'amortissement de roue avant	R_1	1660	N m ⁻¹ s
Coefficient d'amortissement de roue arrière	R_2	1150	N m ⁻¹ s
Coefficient de dérive de roue	D	28662	N rad ⁻¹
Influence du conducteur			
Angle de braquage des roues avant	β_0	0,026	rad
Vitesse galiléenne du point O	V	25	m s ⁻¹
Paramètres réduits			
Rigidité totale de dérive	$Y_\alpha = 4D$		N rad ⁻¹
Rappel de lacet	$N_\alpha = 2D(l_1 - l_2)$		m N rad ⁻¹
Pouvoir directeur du train avant	$Y_\beta = 2D$		N rad ⁻¹
Raideur de roulis	$L_\theta = 2v_1^2k_1 + 2v_2^2k_2 + C_1 + C_2$		m N rad ⁻¹
Amortissement total de roulis	$R_\theta = 2v_1^2R_1 + 2v_2^2R_2$		N m s
Amortissement de lacet	$N_r = 2D(l_1^2 + l_2^2)$		m ² N rad ⁻¹
Guidage du train avant	$N_\beta = 2Dl_1$		m N rad ⁻¹

DR 6A : Suspension Activa, sans correction SC/CAR, avec et sans barres anti roulis



DR 6B : Suspension Activa avec correction SC/CAR

